Universidad De Atacama

Facultad De Ingeniería / Departamento De Matemática

ESTADÍSTICA Y PROBABILIDADES

Ejercicios 8

Profesor: Hugo S. Salinas. Primer Semestre 2011

---

1. Un conocido fumador tacaño ha explotado tanto a sus compañeros que por término medio cada uno de ellos le da un cigarrillo de cada diez veces que éste les pide.

    a) ¿Cuál es la probabilidad de que él consiga 1 cigarrillo en menos de 5 intentos?

    b) Si pretende hacer acopio de cigarrillos para el fin de semana, ¿cuántas veces, en promedio, tendrá que pedir para conseguir 20 unidades?

2. En las oposiciones es frecuente que se realice un sorteo público extrayendo una serie de bolas o papeletas de una urna o bolsa. Imaginemos que un opositor se ha preparado 60 temas entre 100, de los que se seleccionan al azar dos temas. Se pide:

    a) La variable aleatoria asociada.

    b) La función de las probabilidades puntuales.

    c) La probabilidad de que le salga uno de los temas que lleva preparado.

    d) La probabilidad de que le salgan dos de los temas que lleva preparado.

    e) ¿Qué ocurre con la probabilidad anterior si aumenta el número de temas preparados a 80?

3. A un establecimiento de apuestas deportivas llega 1 cliente cada 3 minutos por término medio.

    a) ¿Cuál es la probabilidad de que en un periodo de 5 minutos lleguen más de 5 clientes?

    b) ¿Cuál es el número más probable de llegadas en media hora?

4. El servicio de reclamaciones de una asociación de consumidores recibe por término medio 3 quejas a la hora.

    a) Calcular la probabilidad de que en 1 hora no reciba ninguna reclamación.

    b) Calcular la probabilidad de que en 2 horas reciba entre 2 y 6 reclamaciones.

FORMULARIO

1. **Distribución Bimomial**: $X \sim \mathcal{B}(n,p)$, X : número de éxitos en n pruebas independientes.

   $P(X=x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$, $x = 0, \ldots, n$, $E(X) = np$, $Var(X) = np(1-p)$

2. **Distribución Geométrica**: $X \sim \mathcal{G}(p)$, X : número de fracasos antes que suceda éxito por primera vez.

   $P(X=x) = (1-p)^x p$, $x = 0, \ldots,$ $E(X) = \frac{1-p}{p}$, $Var(X) = \frac{1-p}{p^2}$

3. **Distribución Bimomial Negativa**: $X \sim \mathcal{BN}(r,p)$, X : número de fracasos antes que suceda el r-ésimo éxito.

   $P(X=x) = \binom{x+r-1}{x} p^r (1-p)^x$, $x = 0, 1, \ldots,$ $E(X) = \frac{r(1-p)}{p}$, $Var(X) = \frac{r(1-p)}{p^2}$

4. **Distribución Hipergeométrica**: $X \sim \mathcal{H}(N, D, n)$, X : número de objetos de la clase D en una muestra de tamaño n extraída sin reemplazamiento.

   $P(X=x) = \frac{\binom{D}{x}\binom{N-D}{n-x}}{\binom{N}{n}}$, $\text{máx}\{0, n-(N-D)\} \leq x \leq \text{mín}\{D, n\}$, $E(X) = n\frac{D}{N}$, $Var(X) = n\frac{D}{N}(1-\frac{D}{N})\frac{N-n}{N-1}$

5. **Distribución Poisson**: $X \sim \mathcal{P}(\lambda)$, X : número de veces que ocurre éxito en un intervalo unidad (tiempo, espacio, etc.)

   $P(X=x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}$, $x = 0, 1, \ldots,$ $E(X) = Var(X) = \lambda$

6. **Distribución Exponencial**: $X \sim \mathcal{E}(\lambda)$

   $f(x;\lambda) = \lambda e^{-\lambda x}$, $F(x) = P(X \leq x) = 1 - e^{-\lambda x}$, $x \geq 0$, $E(X) = \frac{1}{\lambda}$, $Var(X) = \frac{1}{\lambda^2}$

7. **Distribución Normal**: $X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma)$

   $\phi(x;\mu,\sigma) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(\frac{x-\mu}{\sigma})^2}$, $x, \mu \in \mathbb{R}$, $\sigma > 0$, , $E(X) = \mu$, $Var(X) = \sigma^2$

8. **Teorema Central del Límite**: Sea $X_1, \ldots, X_n$ una muestra aleatoria de tamaño n idénticas, independientes e igualmente distribuidas, cuya distribución tiene media $E(X) = \mu$ y desviación estándar σ, entonces, si $n \to \infty$,

$$\overline{X} \sim N\left(\mu, \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)$$