



UNIVERSIDAD DE ATACAMA
FACULTAD DE INGENIERÍA – DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
ESTADÍSTICA Y PROBABILIDADES
GUÍA 3: PROBABILIDADES

Profesor: Hugo S. Salinas.

Segundo Semestre 2011

1. Si R es el evento de que un convicto cometiera un robo a mano armada y D es el evento de que el convicto promoviera el consumo de drogas, expresar en palabras lo que en probabilidades se indica por
 - a) $P(R|D)$
 - b) $P(D'|R)$
 - c) $P(R'|D')$
2. *El problema de Galileo.* Un príncipe italiano preguntó en una ocasión al famoso físico Galileo, ¿por qué cuando se lanzan tres dados, se obtiene con más frecuencia la suma 10 que la suma 9, aunque se puedan obtener de seis maneras distintas cada una?. En relación a esta situación:
 - a) Determinar el espacio muestral Ω asociado a este experimento aleatorio.
 - b) Calcular $P(\text{dados sumen } 9)$ y $P(\text{dados sumen } 10)$.

R: b) 0.116 y 0.125.

3. Una muestra aleatoria de 200 adultos se clasifica abajo por género y su nivel educacional

Educación	Hombre	Mujer
Básica	38	45
Media	28	50
Universitaria	22	17

Si se selecciona una persona al azar de este grupo, calcular la probabilidad de que

- a) la persona sea hombre, dado que la persona tiene educación media,
- b) la persona no tiene educación superior, dado que la persona es mujer.

R: a) 14/39 y b) 95/112.

4. En cierta encuesta se listaron como sigue los resultados sobre el uso de ropa para dormir mientras se viaja:

	Hombre	Mujer
Ropa interior	0.220	0.024
Camisón	0.002	0.180
Nada	0.160	0.018
Pijamas	0.102	0.073
Camiseta	0.046	0.088
Otros	0.084	0.003

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que un viajero sea una mujer que duerme desnuda?

- b) ¿Cuál es la probabilidad de que un viajero sea hombre?
- c) ¿Cuál es la probabilidad de que un viajero sea hombre si duerme en pijama o en camiseta?

R: a) 0.018 b) 0.614 y c) 0.479.

5. La probabilidad de que un hombre casado vea los Simpsons es 0.4 y la probabilidad de que una mujer casada vea los Simpsons es 0.5. La probabilidad de que un hombre vea los Simpsons, dado que su esposa lo hace, es 0.7. Calcular la probabilidad de que

- a) un matrimonio vea los Simpsons.
- b) una esposa vea los Simpsons dado que su esposo los ve.
- c) al menos una persona de un matrimonio vea los Simpsons.

R: a) 0.35 b) 0.875 y c) 0.55.

6. La probabilidad de que un médico diagnostique de manera correcta una enfermedad particular es 0.7. Dado que el médico hace un diagnóstico incorrecto, la probabilidad de que el paciente presente una demanda es 0.9. ¿Cuál es la probabilidad de que el médico haga un diagnóstico incorrecto y el paciente lo demande? **R:** 0.27

7. Una ciudad tiene dos carros de bomberos que operan de forma independiente. La probabilidad de que un carro específico esté disponible cuando se le necesite es 0.96.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que ninguno esté disponible cuando se le necesite?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que un carro de bomberos esté disponible cuando se le necesite?

R: a) 0.0016 y b) 0.9984

8. Un neceser contiene dos frascos de aspirina y tres frascos de tabletas para la tiroides. Un segundo bolso grande contiene tres frascos de aspirinas, dos frascos de tabletas para la tiroides y un frasco de tabletas laxantes. Si se saca un frasco de tabletas al azar de cada equipaje, calcular la probabilidad de que

- a) ambos frascos contenga tabletas para la tiroides.
- b) ningún frasco contenga tabletas para la tiroides.
- c) los dos frascos contengan tabletas distintas.

R: a) $1/5$ b) $4/15$ y c) $3/5$

9. En cierta región del país se sabe por experiencia del pasado que la probabilidad de seleccionar un adulto mayor de 40 años de edad con cáncer es 0.05. Si la probabilidad de que un médico diagnostique de forma correcta que una persona con cáncer tiene la enfermedad es 0.78 y la probabilidad de que diagnostique de forma incorrecta que una persona sin cáncer como si tuviera la enfermedad es 0.06.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que a una persona se le diagnostique cáncer?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que una persona a la que se le diagnostica cáncer realmente tenga la enfermedad?

R: a) 0.0960 y b) 0.40625.

10. La contaminación de los ríos en Chile es un problema de hace varios años. Considerar los siguientes eventos:

$$\begin{aligned}
 A &= \{\text{El río está contaminado}\} \\
 B &= \{\text{Una prueba en una muestra de agua detecta contaminación}\} \\
 C &= \{\text{Se permite la pesca}\}
 \end{aligned}$$

Supongamos

$$\begin{aligned}P(A) &= 0.3, & P(B|A) &= 0.75, \\P(B|A') &= 0.20, & P(C|A \cap B) &= 0.20, \\P(C|A' \cap B) &= 0.15, & P(C|A \cap B') &= 0.80, & P(C|A' \cap B') &= 0.90.\end{aligned}$$

- a) Calcular $P(A \cap B \cap C)$.
- b) Calcular $P(B' \cap C)$.
- c) Calcular $P(C)$.
- d) Calcular la probabilidad de que el río esté contaminado, dado que se permite la pesca y que la prueba de la muestra no detecte contaminación.

R: a) 0.045 b) 0.116 c) 0.182 y d) 0.517.

11. Un determinado producto químico puede contener 3 elementos tóxicos, A , B y C , que son motivo de sanción por el Ministerio de Medio Ambiente. Por la experiencia, se sabe que de cada 1000 unidades producidas aproximadamente 15 tienen el elemento A , 17 el B , 21 el C , 10 el A y el B , 9 el B y el C , 7 el A y el C y 970 no contienen ninguno de los tres elementos. Un inspector selecciona una unidad al azar. Obtener:

- a) La probabilidad de que la empresa sea sancionada.
- b) La probabilidad de que sólo se encuentre el elemento A .
- c) La probabilidad de que se detecten los elementos A y B .
- d) La probabilidad de que se detecte a lo más uno de los tres elementos.
- e) La probabilidad de que se detecte más de un elemento.

R: a) 0.003 b) 0.001 c) 0.007 d) 0.98 y e) 0.02.

12. Una población está formada por tres grupos étnicos: A (30 %), B (10 %) y C (60 %). Los porcentajes del carácter **ojos claros** son 20 %, 40 % y 5 %, respectivamente. Calcular:

- a) La probabilidad de que un individuo elegido al azar tenga los ojos claros.
- b) La probabilidad de que un individuo de ojos oscuros sea de A .
- c) Si un individuo elegido al azar tiene los ojos claros, ¿a qué grupo es más probable que pertenezca?

R: a) 0.13 b) 0.276 y c) la etnia A .

13. Una máquina de una fundición produce piezas de hierro fundido para uso en las transmisiones automáticas de camiones. Son dos las dimensiones cruciales de dicha pieza: A y B . Supongamos que si la pieza cumple con la especificación de la dimensión A , existe una probabilidad del 98 % de que también cumpla con la dimensión B . Además, existe un 95 % de probabilidad de que cumpla con la especificación de la dimensión A y del 97 % de que no lo haga con la dimensión B . Se selecciona aleatoriamente una unidad de dicha pieza.

- a) ¿Cuál es la probabilidad de que cumpla con las especificaciones de ambas dimensiones?
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que cumpla con alguna de las dos especificaciones?
- c) Si se seleccionó de aquellas piezas que cumplieron con la especificación de la dimensión A , ¿cuál es la probabilidad que no cumpla con la dimensión B ?
- d) Una pieza se desecha si no cumple alguna de estas especificaciones. De un total de 1000 piezas producidas, ¿cuántas son desechadas?

R: a) 0.931 b) 0.049 c) 0.02 y d) 0.069.

14. Una fábrica tiene tres máquinas para producir ampolletas. La máquina A produce el 35 % del total de ampolletas, la máquina B produce el 50 % y la máquina C produce el 15 % de las ampolletas. Sin embargo, las máquinas no son perfectas, la máquina A daña el 10 % de las ampolletas que produce. La máquina B daña el 5 % y la máquina C daña el 20 %.

- a) La fábrica produce 10000 ampolletas sin defectos en un día. ¿Cuántas de éstas corresponden a la máquina A ? ¿Cuántas daña en un día?
- b) Si seleccionamos una ampolleta de la máquina C , ¿cuál es la probabilidad de que esté defectuosa?
- c) Luego de fabricadas, pero antes de probarlas, las ampolletas se colocan juntas en un salón. Si se selecciona una ampolleta al azar, ¿cuál es la probabilidad de que esté defectuosa?
- d) Si se comprueba que una ampolleta está defectuosa, ¿cuál es la probabilidad de que provenga de la máquina B ?

R: a) 6539 b) 0.2 c) 0.09 y d) 0.2777.

15. Sean E y F dos sucesos tales que $P(E) = 0.25$, $P(F|E) = 0.5$ y $P(E|F) = 0.25$. Con esta información y utilizando los axiomas de probabilidad correspondientes, decir si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas (Justificar en cada caso):

- a) E y F son independientes.
- b) E' y F' son independientes.
- c) E y F son mutuamente excluyentes.
- d) $P(E'|F') = 0.5$.
- e) $P(E|F) + P(E'|F') = 1$.

R: a) V b) V c) F d) F y e) V.

16. Dos profesores de la Universidad de Atacama comparten una oficina con un sólo teléfono. Han comprobado que el 45 % de las llamadas recibidas son para el profesor A y el resto para el profesor B . Dos de cada cinco llamadas que recibe el profesor A son externas y las otras tres son llamadas realizadas desde la misma Universidad. El profesor B recibe cuatro de cada seis llamadas desde la Universidad y el resto externas.

- a) Calcular la probabilidad de que se reciba en la oficina una llamada externa.
- b) Sabiendo que se ha recibido una llamada realizada desde la Universidad en la oficina, ¿qué probabilidad hay de que fuera dirigida al profesor A ?

R: a) 0.3633 y b) 0.424.

17. En la serie mundial de béisbol, dos equipos A y B juegan una serie de partidos uno contra otro y el primer equipo que gana un total de tres partidos es el ganador de la serie mundial. Si la probabilidad de que el equipo A gane un partido contra el equipo B es $1/3$.

- a) Describir el espacio muestral de este experimento.
- b) ¿Cuál es la probabilidad de que el equipo A gane la serie mundial?
- c) Si la probabilidad de que el equipo A gane cualquier partido es α ($0 < \alpha < 1$). ¿Cuál es la probabilidad de que sea necesario jugar los cinco partidos para determinar al ganador de la serie?
- d) Si la serie termina en el cuarto juego, ¿cuál es la probabilidad de que el ganador sea el equipo B ?

R: b) 0.2099 c) $6\alpha^2(1-\alpha)^2$ y d) $\frac{(1-\alpha)^2}{(1-\alpha)^2+\alpha^2}$.