Práctica 6

Control estadístico de la calidad

Contenido 1 Introducción y objetivos 1 2 Datos para las cartas de control 2 3 Control de fabricación por variables: cartas \overline{X} y cartas R 4 4 Control de fabricación por atributos 7 5 Bibliografía 9

1 Introducción y objetivos

En esta práctica se trata el control de la calidad de un proceso de fabricación desde un punto de vista estadístico. En el mismo proceso de fabricación se puede observar que no todos los productos finales son iguales, aunque lo fueran las condiciones iniciales. Esto permite modelar las características de interés (llamadas características de calidad) de los artículos producidos en el proceso de fabricación con una variable aleatoria.

Existen muchas herramientas dedicadas al **control estadístico de procesos**: histogramas, diagramas de Pareto ¹, cartas de control, diagramas causa-efecto, etc. De todas ellas, la más poderosa y empleada de forma más general es la **carta o gráfico de control**. Dedicaremos esta práctica al cálculo, visualización e interpretación de esta herramienta.

Los objetivos de esta práctica son:

- Trazar diversos tipos de cartas de control.
- Decidir si un proceso está fuera de control.
- Estimar la capacidad del proceso.

¹Vilfredo Frederigo Samaso, marqués de Pareto, sociólogo y economista, París 1848, Celigny 1923.

2 Datos para las cartas de control

Para la construcción de una carta de control, se toman sucesivamente muestras de artículos producidos en el proceso, se mide (o se observa) la característica de calidad en cada artículo, y se calcula el estadístico pertinente. Los valores de tal estadístico, (uno por cada muestra) se representarán en el eje vertical de la carta de control, frente al numero de orden de las muestra en el eje horizontal.

Así, para una carta \overline{X} , se usa el estadístico media muestral, y para una carta p, el estadístico proporción muestral de artículos defectuosos.

Por lo tanto, si se han tomado m muestras (llamadas comúnmente subgrupos, nombre que también emplea SPSS), cada una de las cuales consta de n artículos (llamados a veces $unidades\ muestrales$), hay un total de $m\times n$ datos disponibles. Para que SPSS pueda hacer uso de los mismos en la construcción de las cartas de control, debemos introducirlos en el editor de datos de una de las dos maneras que se describen a continuación, y que son equivalentes.

2.1– Los datos son unidades

Definimos una variable numérica que contendrá del primero al último los $m \times n$ datos. Lo usual es introducir los n artículos de la primera muestra uno tras otro, a continuación los n de la segunda, después los de la tercera, y así sucesivamente hasta acabar con los de la última muestra.

Ahora se define una segunda variable (numérica o de cadena) para etiquetar los subgrupos, es decir para indicar a SPSS a qué muestra corresponde cada dato. Por lo tanto, esta variable contendrá exactamente m valores distintos (una etiqueta por muestra), pero repetido cada uno de ellos n veces (es decir, tantas como datos en una muestra), con lo cual contendrá $m \times n$ valores, tantos como la variable que contiene los datos. Veámoslo con un ejemplo.

EJEMPLO 1 : Disponemos de m=3 muestras, cada una con n=2 unidades muestrales, de acuerdo con la siguiente tabla:

Muestra	Da	atos
1	3.25	2.76
2	2.90	3.18
3	3.82	3.05

En el editor de datos, definimos una variable CARCAL (característica de calidad) de tipo numérico, y una segunda variable ETQT (etiqueta) de tipo, por ejemplo cadena. En la primera introducimos los datos, y en la segunda las etiquetas de cada muestra, que en

este ejemplo van a a ser I, II y III.

	CARCAL	ETQT
1	3.25	I
2	2.76	I
3	2.90	II
4	3.18	II
5	3.82	Ш
6	3.05	Ш

Así, SPSS sabe que el cuarto dato, 3.18 pertenece a la segunda muestra, porque así se lo indica el valor II de la variable ETQT que tiene a su derecha.

Obsérvese, que los datos pueden introducirse en la variable CARCAL en cualquier orden, incluso alternando datos de muestras distintas, a condición de colocar los valores de la variable ETQT en el mismo orden, ya que son éstos los que etiquetan los valores de CARCAL indicándole a SPSS a qué muestra corresponde cada dato. No obstante, la forma ordenada de introducir los datos que hemos empleado en el ejemplo parece la más razonable.

2.2– Los datos son subgrupos

Definimos n variables de tipo numérico, es decir, tantas como unidades muestrales, de modo que en la primera introducimos los m valores de la primera unidad muestral, en la segunda los m valores de la segunda unidad muestral, y así sucesivamente hasta llenar la n-ésima variable con los m valores de la n-ésima unidad muestral. Un ejemplo aclarará la situación.

EJEMPLO 2 : Vamos a usar los mismos datos que en el Ejemplo 1. Ahora definimos en el editor de datos n=2 variables numéricas con los nombres UMSTR01 y UMSTR02 (unidades muestrales 1 y 2) e introducimos en ellas los valores de las correspondientes unidades muestrales

	UMSTR01	UMSTR02
1	3.25	2.76
2	2.90	3.18
3	3.82	3.05

De las dos formas de introducción de datos, esta última es algo más cómoda cuando los datos vienen tabulados como en Ejemplo 1, es decir, con los datos de cada muestra en una fila de la tabla. Pero si los datos proceden directamente de la línea de producción, pueden venir dados correlativamente uno detrás de otro del primero al último, y entonces es preferible la primera forma los casos son unidades

En los ejercicios de esta Práctica emplearemos únicamente el segundo método los casos son subgrupos.

3 Control de fabricación por variables: cartas \overline{X} y cartas R

Las cartas para variables se usan cuando la característica de calidad es una variable aleatoria continua, lo que sucede cuando ésta es una magnitud física, como son las longitudes, pesos, densidades, tensiones eléctricas etc. Se supone además que los procesos de fabricación siguen una distribución normal.

El primer ejercicio trata sobre el trazado de una carta de control \overline{X} , acompañada de una carta R o S.

Ejercicio 1

Se desea realizar un proceso de control sobre la media y el recorrido del conjunto de datos que aparecen en el siguiente cuadro, que consta de 12 muestras, cada una de tamaño 5:

Muestra						Muestra					
1	33	29	31	32	33	7	28	30	28	32	31
2	33	31	35	37	31	8	31	35	35	35	34
3	38	37	39	40	38	9	27	32	34	35	37
4	30	31	32	34	31	10	33	33	35	37	36
5	38	33	32	35	32	11	32	33	30	30	33
6	30	37	29	32	35	12	36	31	37	34	28

Para ello, efectúa las siguientes operaciones:

- a) Construye los gráficos de control para \overline{X} y R y decide si el proceso está fuera de control.
- b) Elimina las muestras que escapan de los límites 3—sigma y repite el apartado anterior.

Solución: Para comenzar debemos introducir los datos de la tabla en el editor de datos de SPSS, de acuerdo con el segundo de los dos métodos los datos son subgrupos explicados en la sección anterior. Para ello, recordemos, debemos definir **cinco** variables de tipo numérico (tantas como unidades muestrales), de modo que en la primera introducimos los **doce** valores de la primera unidad muestral, en la segunda los **doce** valores de la segunda unidad muestral, y así sucesivamente hasta llenar la quinta variable con los **doce** valores de la quinta unidad muestral. Aunque puedes dar a estas variables los nombres que prefieras, te sugerimos UMSTR01, UMSTR02, UMSTR03, UMSTR04, y UMSTR05.

Podemos definir, aunque esto es optativo, una variable de tipo cadena a la que podemos llamar r'otulos en la que introduciremos las doce primeras letras del alfabeto, desde la a hasta la l. Esta variable se usará, si se desea, para etiquetar cada muestra en en el eje horizontal de la carta de control. Si se prefiere no definir esta variable, las muestras se etiquetarán en dicho eje correlativamente con los números 1, 2, 3...

Con los datos en el editor, estamos en condiciones de contestar los ítems del ejercicio.

a) En la barra de menú, pulsa

$$\boxed{\mathsf{Gr\'aficos}} \longrightarrow \boxed{\mathsf{Control...}},$$

lo que abrirá el cuadro de diálogo Gráficos de control. En él elige la opción X-barra, R, s y más abajo, en el grupo Organización de los datos, la opción Los casos son subgrupos, ya que es esta la forma en que los hemos introducido en el *editor de datos*. A continuación pulsa el botón Definir.

Se abre otro cuadro de diálogo: Gráfico de control X-barra, R, s: Los casos son subgrupos. En la ventana de la izquierda marca las cinco variables que contienen cada unidad muestral y pásalas a la ventana Muestras: con el botón .

De nuevo en la ventana izquierda marca la variable *rótulos* y pásala a la ventana Subgrupos etiquetados mediante:.

Proseguimos eligiendo opciones. En el grupo Gráficos podemos elegir si el gráfico de control que acompañará a la carta \overline{X} , es una carta R o una carta S. Toma la primera opción. No usaremos el grupo Plantilla ya que éste se emplea sólo si disponemos de plantillas predefinidas que den un determinado aspecto y formato a los gráficos. Pulsa ahora el botón Aceptar y se abrirá el visor de resultados de SPSS en el que aparecerán las cartas \overline{X} y R. Observa que los puntos tercero y séptimo de la carta \overline{X} se salen de los límites de control. Observa también cómo en el eje horizontal, las muestras están referenciadas por las letras de la variable rótulos. De no haber usado esta variable, las muestras estarían numeradas correlativamente 1, 2, 3,...

b) Es fácil trazar las cartas \overline{X} y R excluyendo los puntos que han salido fuera de la banda de control. Basta con repetir los pasos del apartado a), pero excluyendo de la lista de variables a representar los puntos (es decir los casos) tercero y séptimo. Para ello, en el editor de datos, define una variable numérica de nombre filtro y en su primera celda escribe 1. Copia el contenido de la misma y a continuación marca las once celdas siguientes. Pega en ellas el contenido de la primera que acabas de copiar, con lo cual, las doce primeras celdas de la variable filtro contendrán el número 1. Ve a la tercera y séptima celdas de dicha variable y sustituye en ellas el 1 por un 0. Ahora en la barra de menú pulsa

$$\boxed{\mathsf{Datos}} \longrightarrow \boxed{\mathsf{Seleccionar\ casos...}},$$

y en el cuadro de diálogo que se abre Seleccionar casos dirígete al grupo Seleccionar; marca la opción Usar variable de filtro: y mediante el botón ▶ traslada desde la ventana de la izquierda la variable *filtro*.

En el grupo Los casos no seleccionados son elige la opción Filtrados para evitar que sean eliminados del editor de datos. Por último pulsa el botón Aceptar. Observa que en el editor de datos, aparecen tachados los números de los casos en los que la variable filtro toma el valor 0 o no contiene datos. El valor de las restantes celdas es indiferente, basta con que no estén ni vacías ni contengan un 0. En este caso hemos optado por el valor 1 como podríamos haber optado por otro cualquiera. Para obtener las cartas de control, sigue ahora los pasos descritos en el apartado a).

No borres los datos del editor de SPSS porque se van a usar en algunos de los ejercicios que siguen.

En el siguiente ejercicio introducimos los *límites de especificación* para poder calcular los *índices* o *cocientes de capacidad*.

___ Ejercicio 2 ____

Con los datos del ejercicio anterior, y suponiendo que las especificaciones son 30 ± 10 ,

- a) estima diversos cocientes de capacidad del proceso.
- b) ¿Es capaz el proceso de cumplir las especificaciones?
- c) ¿Qué porcentaje de datos quedan fuera de los límites de especificación?

Solución: Si todavía permanecen sin seleccionar los casos tercero y sexto, pulsa de nuevo

$$\boxed{\mathsf{Datos}} \longrightarrow \boxed{\mathsf{Seleccionar\ casos...}},$$

y en el cuadro de diálogo Seleccionar casos marca en el grupo Seleccionar la opción Todos los casos y pulsa Aceptar. Ahora repite los pasos dados en el ejercicio anterior hasta que llegues al cuadro de diálogo Gráfico de control X-barra, R, s: Los casos son subgrupos. Si no has vuelto a usarlo, estarán marcadas las mismas opciones. Pulsa ahora el botón Estadísticos.............. En el cuadro de diálogo X-barra, R,s: Estadísticos que se abre, escribe los valores de los límites de especificación superior e inferior (40 y 20 respectivamente) en las dos primeras ventanas del grupo Límites de especificación. Con tales límites podemos calcular diversas clases de cocientes de capacidad del proceso.

El cociente de capacidad se define como

$$CCP = \frac{LSE - LIE}{6\sigma},$$

pero como σ es un parámetro, tenemos que estimarlo para calcular el CCP, y para ello, SPSS nos ofrece tres métodos de los que podemos elegir uno en el grupo Sigma de funcionalidad. Si elegimos la primera opción Estimar utilizando R-barra, el estimador de σ es $\hat{\sigma} = \frac{\overline{R}}{d_2}$, y si elegimos la segunda Estimar utilizando S-barra, el estimador es ahora $\hat{\sigma} = \frac{\overline{S_c}}{c_4}$. Ambos estimadores son insesgados y los coeficientes d_2 y c_4 están tabulados (en el formulario de la asignatura hay una tabla de esos y de otros relacionados con las cartas de control).

SPSS llama Índices de funcionalidad a los diversos tipos de cocientes de capacidad. Los podemos elegir en el grupo Índices de funcionalidad. El significado de cada uno de ellos es:

$$\begin{split} FP &= \frac{LSE - LIE}{6\hat{\sigma}} \,, \qquad \qquad FpS = \frac{LSE - \hat{\mu}}{3\hat{\sigma}} \,, \\ Fpl &= \frac{\hat{\mu} - LIE}{3\hat{\sigma}} \,, \qquad \qquad FpK = \min\left\{\frac{LSE - \hat{\mu}}{3\hat{\sigma}} \,, \,\, \frac{\hat{\mu} - LIE}{3\hat{\sigma}}\right\}. \end{split}$$

No consideraremos en esta práctica el grupo Índices de rendimiento del proceso. Solo decir que son los mismos que los índices de funcionalidad, con la única diferencia de que en vez de usar como estimadores de la desviación típica σ , alguno de los estimadores $\hat{\sigma}$ descritos

antes, se usa en su lugar la cuasidesviación típica S_c de los $m \times n$ datos disponibles (en este caso $m \times n = 12 \times 5 = 60$).

Los marcamos en el grupo Índices de funcionalidad del proceso y pulsamos el botón Continuar que nos devolverá al cuadro anterior. Allí pulsamos Aceptar con lo que aparecerán en el visor de resultados, las gráficas y los valores de los cocientes de capacidad.

Observa que en el cuadro de resultados, los cocientes de capacidad aparecen con otros nombres: CP CpL, CpU y CpK.

4 Control de fabricación por atributos

Este es el caso en el que el proceso de fabricación produce artículos cuyas características de calidad no son medibles, como ocurre cuando sólo nos interesa saber si el artículo es útil o no, o el número de defectos que presenta. Tales características de calidad, de tipo cualitativo y no cuantitativo, se modelan mediante variables aleatorias discretas. Para controlar el proceso, se utilizan cartas de fracción o porcentaje de unidades defectuosas (cartas p), de número de unidades defectuosas (cartas np), de número medio de defectos por muestra (cartas U), y de número de defectos por artículo (cartas C).

Con los ejercicios que siguen, pretendemos que aprendas a trazar usando SPSS algunas de las cartas citadas.

Ejercicio 3

De un proceso que produce cierto tipo de artículo que se considera defectuoso o no defectuoso, se toman 20 muestras de tamaño 50 cada hora. Los datos están en la siguiente tabla:

Muestra Artículos defectuosos	_	_	•	_	•	6 2	•	 0	
Muestra Artículos defectuosos			_			16 1			20 1

- a) Construye una carta de control para controlar la proporción de artículos defectuosos.
- b) Construye una carta de control para controlar el número de artículos defectuosos.

Solución: Define una variable de nombre defectos e introduce en ella los valores de la tabla.

a) En la barra de menú, pulsa

$$\boxed{\mathsf{Gráficos}} \longrightarrow \boxed{\mathsf{Control}...},$$

lo que abrirá el cuadro de diálogo Gráficos de control. En él elige la opción p, np y más abajo, en el grupo Organización de los datos, la opción Los casos son subgrupos. A continuación pulsa el botón Definir.

Se abre otro cuadro de diálogo: Gráfico de control p, np: Los casos son subgrupos. En la ventana de la izquierda marca la variable defectos y pásala a la ventana Número de disconformes: con el botón \triangleright .

En el grupo Tamaño muestral elige Constante y escribe 50. En el grupo Gráfico elige p (Proporción disconforme), y termina pulsando Aceptar. En el visor de resultados de SPSS aparecerá la correspondiente carta de control.

b) Repite todos los pasos dados en el apartado anterior, con la diferencia de que en el cuadro de diálogo Gráfico de control p, np: Los casos son subgrupos, en el grupo Gráfico debes elegir la opción np (Número de disconformes). Observa que la gráfica que aparece en el visor de resultados es idéntica a la obtenida en el apartado a) excepto en la escala del eje vertical, y naturalmente en los valores de las líneas de control y la línea media. Por ello, es indiferente, si todas las muestras tienen el mismo tamaño (como es habitual), usar la carta p o la carta np. Sólo en el caso de tamaños de muestra diferentes, la carta np perdería sentido, pero podría usarse todavía la carta p.

En el siguiente ejercicio, se utiliza la carta U.

_ Ejercicio 4 _

La lista siguiente representa el número de defectos de soldadura observado en 24 muestras de cinco tarjetas de circuito impreso cada una:

7	6	8	10	24	6	5	4	8	11	15	8
4	16	11	12	8	6	5	9	7	14	8	21

Decide si el proceso está bajo control con respecto al número de defectos. Igualmente con respecto al número de defectos por unidad. (Este problema formó parte del examen de junio de 2003).

Solución: Define una variable de nombre $defect_u$ y escribe en ella los datos de la tabla. Pulsa ahora en la barra de menú

$$\boxed{\mathsf{Gr\'aficos}} \longrightarrow \boxed{\mathsf{Control....}} \; ,$$

En el cuadro de diálogo elige c, u, y en el grupo Organización de los datos la opción Los casos son subgrupos, después pulsa Definir.

En el cuadro de diálogo Gráfico de control c, u: Los casos son subgrupos coloca en la ventana Número de disconformidades la variable defect_u. En el grupo Tamaño muestral elige Constante y escribe 5. En el grupo Gráfico elige u (Disconformidades por unidad), y termina pulsando Aceptar. En el visor de resultados de SPSS aparecerá la correspondiente carta de control.

Por último un ejercicio sobre la carta C.

Ejercicio 5 _

Se desea realizar un control de la calidad de un proceso de fabricación de placas de acero, en el que interesan los defectos superficiales. Construye para ello, una gráfica para el

número de defectos por placa. Los datos de veinte placas se muestran en la siguiente tabla:

Placa Número de defectos	1 4	 _	-	6 4	•		
Placa Número de defectos	11 1	 		 		 	_~

Solución: Define una nueva variable de nombre $defect_c$ y escribe en ella los datos de la tabla. A partir de aquí, el proceso es muy similar al seguido en el ejercicio anterior. Las únicas diferencias son que en el cuadro de diálogo Gráfico de control c, u: Los casos son subgrupos coloca en la ventana Número de disconformidades la variable $defect_c$. En el grupo Tamaño muestral elige Constante y escribe 1 (ya que se trata del número de defectos por placa, la muestra consta de una sola placa). En el grupo Gráfico elige c (Número de disconformidades), y termina pulsando Aceptar . En el visor de resultados de SPSS aparecerá la correspondiente carta de control, que ahora es una carta C, es decir, una carta de número de defectos por artículo.

5 Bibliografía

Manual de SPSS de la Universidad de Cádiz. http://www2.uca.es/serv/ai/formacion/spss/Inicio.pdf

Montgomery, D.C. y Runger, C.R., *Probabilidad y estadística aplicadas a la ingeniería*. Editiorial McGrawHill, 1994.

Pérez, César, Control estadístico de calidad. Teoría, práctica y aplicaciones informáticas.. Editorial ra-ma, 1999.